# ГЕНЕРАЦИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ХАОСА НА ОСНОВЕ ЭФФЕКТА ГИБЕЛИ КОЛЕБАНИЙ: ЧИСЛЕННОЕ И СХЕМОТЕХНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

**В.М. Дорошенко[2], В.П. Круглов[1], С.П. Кузнецов[1]**

*[1]Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН*

*[2]Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского*

*E-mail: dorvalentina9@gmail.com*

Исследуется неавтономная система на основе двух взаимодействующих осцилляторов [1], где генерация гиперболического хаоса [2,3] реализуется на основе эффекта гибели колебаний [4,5], действие которого периодически чередуется со стадиями возбуждения вследствие периодической модуляции параметра связи. Система описывается уравнениями

$$\begin{aligned} &\ddot{x} - (\mu - x^2)\dot{x} + \omega_0^2 x + 2\varepsilon xy = KH(\sin(2\pi t / T))(\dot{y} - \dot{x}), \\ &\ddot{y} + \alpha\dot{y} + 4\omega_0^2 y + \varepsilon x^2 = 0, \end{aligned} \tag{1}$$

где в записи правой части первого уравнения использована функция Хевисайда:

$$H(\xi) = \begin{cases} 0, & \xi < 0, \\ 1, & \xi \geq 0. \end{cases} \tag{2}$$

Одна из подсистем представляет собой автогенератор Ван дер Поля, а вторая – линейный осциллятор, собственная частота которого в два раза больше частоты автогенератора. Осцилляторы связаны между собой посредством квадратичного нелинейного элемента, не вносящего потерь энергии.

Путь в начальный момент времени $H(\xi) = 0$, что соответствует стадии активности автогенератора, и он демонстрирует колебания на частоте $\omega_0$ и с некоторой фазой $\varphi$. Часть энергии автоколебаний передается линейному осциллятору через квадратичный элемент $\varepsilon x^2$. В нем возбуждаются колебания на частоте $2\omega_0$ с фазой $2\varphi$.

В момент, когда функция $H(\xi)$ становится равной единице, колебания в первом осцилляторе прекращаются в силу эффекта гибели колебаний. При этом во втором имеет место медленное затухание в силу наличия собственных потерь (параметр $\alpha$). Затем функция $H(\xi)$ снова обращается в ноль, и в автогенераторе вновь возбуждаются колебания, фаза которых отвечает фазе второго осциллятора, то есть удвоенной фазе предыдущей автоколебательной стадии $2\varphi$. Таким образом, за полный период модуляции параметра связи фаза осцилляторов удваивается.

На рис. 1 приводится портрет аттрактора в сечении Пуанкаре и итерационная диаграмма для фазы.

Для подтверждения гиперболичности наблюдаемой хаотической динамики проводились вычисления гистограмм распределения углов между устойчивыми и неустойчивыми многообразиями аттрактора в сечении Пуанкаре для типичных траекторий на аттракторе (рис.2). Отсутствие углов близких к нулю подтверждает гиперболичность аттрактора.

Рассматривается возможность схемотехнической реализации генератора грубого хаоса на основе предложенной системы и представлен вариант такой

реализации в программной среде Multisim.

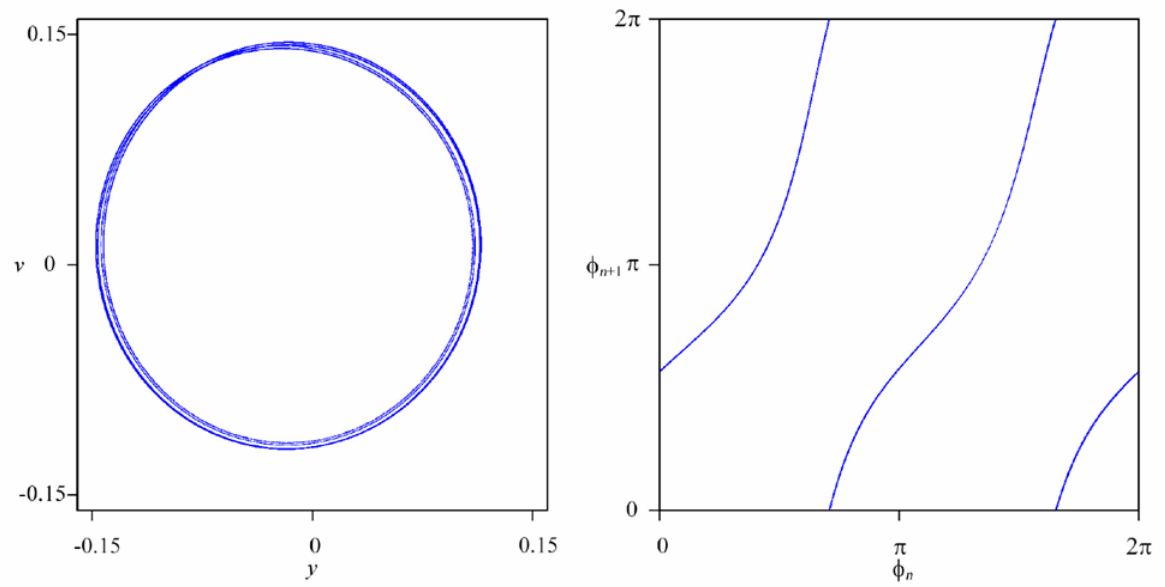


Рис. 1. Аттрактор в сечении Пуанкаре за период модуляции в проекции на плоскость (y, v) и итерационная диаграмма для фазы, определенной в сечении Пуанкаре как φ = arg(y+iv), при ε=0.5, ω0=2π, T=20, α=0.4, K=5.

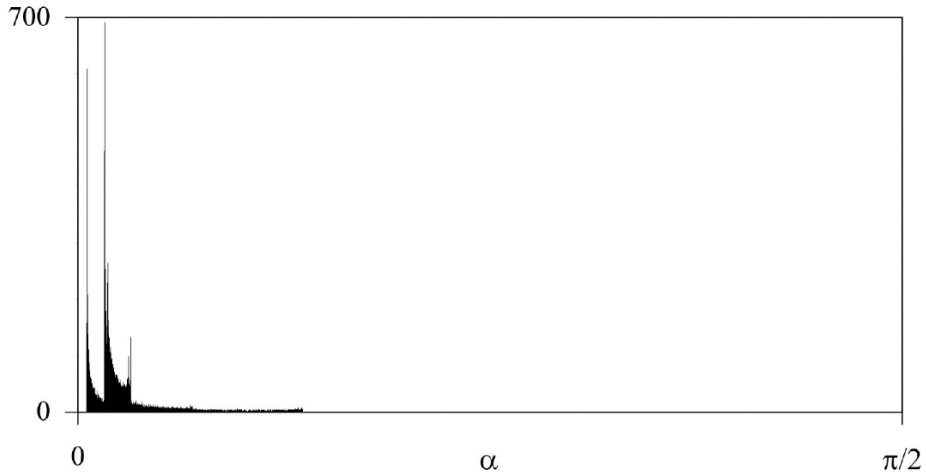


Рис. 2. Гистограмма распределения углов между устойчивым и неустойчивым многообразиями для аттрактора в сечении Пуанкаре.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ(проект № 16-32-00449) (ВМД) и РНФ 17-12-01008 (ВПК, СПК).*

**Библиографический список**

1. *Дорошенко В.М., Кузнецов С.П.*// Материалы XI Международной школы-конференции ХАОС-2016. Саратов: ООО "Издательский центр "Наука". С.84-85.
2. *Кузнецов С.П.*// УФН. 2011. Т. 181, №2. С. 121-149.
3. *Кузнецов С.П.* Динамический хаос и гиперболические аттракторы: от математики к физике. ИКИ Москва - Ижевск, 2013, 488с.
4. *Mirollo R.E., Strogatz S.H.* //SIAM Journal on Applied Mathematics. 1990. Vol. 50, №. 6. P. 1645-1662.
5. *Aronson D. G., Ermentrout G.B., Kopell N.* //Physica D: Nonlinear Phenomena. 1990. Vol. 41, №. 3. P. 403-449.